



Heinz Holling
Günther Gediga

Statistik – Testverfahren



Bachelorstudium
Psychologie

 hogrefe

Statistik – Testverfahren

Bachelorstudium Psychologie

Statistik – Testverfahren

Prof. Dr. Heinz Holling, PD Dr. Günther Gediga

Herausgeber der Reihe:

Prof. Dr. Eva Bamberg, Prof. Dr. Hans-Werner Bierhoff,

Prof. Dr. Alexander Grob, Prof. Dr. Franz Petermann

**Heinz Holling
Günther Gediga**

Statistik – Testverfahren



Prof. Dr. Heinz Holling, geb. 1950. 1969–1976 Studium der Mathematik, Psychologie und Soziologie in Würzburg und Berlin. 1974–1987 Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der FU Berlin und der Universität Osnabrück. Promotion 1980 (Dr. phil.) und 1987 (Dr. rer. nat.). 1987 Habilitation. 1987–1993 Vertretungsprofessor an den Universitäten Oldenburg, Münster und Mannheim. Seit 1993 Professor für Statistik und Quantitative Methoden am Institut für Psychologie Münster.

PD Dr. Günther Gediga, geb. 1953. 1971–1979 Studium der Informatik und Mathematik in Dortmund und Osnabrück. 1986 Promotion in Psychologie. 1994 Habilitation. 1979–2000 wissenschaftlicher Mitarbeiter im Fachgebiet Methodenlehre an der Universität Osnabrück. Seit 2001 außerplanmäßiger Professor am Department of Computer Science an der Brock University in St. Catherines, Kanada und freiberufliche Tätigkeit als Statistical Consultant. Seit 2008 akademischer Rat an der Universität Münster im Institut für Statistik und Methoden.



Informationen und Zusatzmaterialien zu diesem Buch finden Sie unter www.hogrefe.de/buecher/lehrbuecher/psychlehrbuchplus

Wichtiger Hinweis: Der Verlag hat gemeinsam mit den Autoren bzw. den Herausgebern große Mühe darauf verwandt, dass alle in diesem Buch enthaltenen Informationen (Programme, Verfahren, Mengen, Dosierungen, Applikationen etc.) entsprechend dem Wissensstand bei Fertigstellung des Werkes abgedruckt oder in digitaler Form wiedergegeben wurden. Trotz sorgfältiger Manuskriptherstellung und Korrektur des Satzes und der digitalen Produkte können Fehler nicht ganz ausgeschlossen werden. Autoren bzw. Herausgeber und Verlag übernehmen infolgedessen keine Verantwortung und keine daraus folgende oder sonstige Haftung, die auf irgendeine Art aus der Benutzung der in dem Werk enthaltenen Informationen oder Teilen davon entsteht. Geschützte Warennamen (Warenzeichen) werden nicht besonders kenntlich gemacht. Aus dem Fehlen eines solchen Hinweises kann also nicht geschlossen werden, dass es sich um einen freien Warennamen handelt.

Copyright-Hinweis:

Das E-Book einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der engen Grenzen des Urheberrechtsgesetzes ist ohne Zustimmung des Verlags unzulässig und strafbar. Der Nutzer verpflichtet sich, die Urheberrechte anzuerkennen und einzuhalten.

Hogrefe Verlag GmbH & Co. KG
Merkelstraße 3
37085 Göttingen
Tel.: +49 551 999 50 0
Fax: +49 551 999 50 111
E-Mail: verlag@hogrefe.de
Internet: www.hogrefe.de

Umschlagabbildung: © Marc Fischer – istockphoto.com
Format: PDF

1. Auflage 2016
© 2016 Hogrefe Verlag GmbH & Co. KG, Göttingen
(E-Book-ISBN [PDF] 978-3-8409-2302-9)
ISBN 978-3-8017-2302-6
<http://doi.org/10.1026/02302-000>

Nutzungsbedingungen:

Der Erwerber erhält ein einfaches und nicht übertragbares Nutzungsrecht, das ihn zum privaten Gebrauch des E-Books und all der dazugehörigen Dateien berechtigt.

Der Inhalt dieses E-Books darf von dem Kunden vorbehaltlich abweichender zwingender gesetzlicher Regeln weder inhaltlich noch redaktionell verändert werden. Insbesondere darf er Urheberrechtsvermerke, Markenzeichen, digitale Wasserzeichen und andere Rechtsvorbehalte im abgerufenen Inhalt nicht entfernen.

Der Nutzer ist nicht berechtigt, das E-Book – auch nicht auszugsweise – anderen Personen zugänglich zu machen, insbesondere es weiterzuleiten, zu verleihen oder zu vermieten.

Das entgeltliche oder unentgeltliche Einstellen des E-Books ins Internet oder in andere Netzwerke, der Weiterverkauf und/oder jede Art der Nutzung zu kommerziellen Zwecken sind nicht zulässig.

Das Anfertigen von Vervielfältigungen, das Ausdrucken oder Speichern auf anderen Wiedergabegeräten ist nur für den persönlichen Gebrauch gestattet. Dritten darf dadurch kein Zugang ermöglicht werden.

Die Übernahme des gesamten E-Books in eine eigene Print- und/oder Online-Publikation ist nicht gestattet. Die Inhalte des E-Books dürfen nur zu privaten Zwecken und nur auszugsweise kopiert werden.

Diese Bestimmungen gelten gegebenenfalls auch für zum E-Book gehörende Audiodateien.

Anmerkung:

Sofern der Printausgabe eine CD-ROM beigelegt ist, sind die Materialien/Arbeitsblätter, die sich darauf befinden, bereits Bestandteil dieses E-Books.

Inhaltsverzeichnis

1	Über dieses Buch	11
1.1	Zum Inhalt dieses Buches	12
1.2	Danksagung	14
2	Hypothesentestung	15
2.1	Einleitende Übersicht	16
2.2	Einführung in die Hypothesentestung	17
2.3	Statistische Tests	24
2.4	Signifikanztests	27
2.5	Gauß-Test	32
2.5.1	Zweiseitiger Gauß-Test	32
2.5.2	Einseitiger Gauß-Test	33
2.6	p -Wert	35
2.7	Fehler und Fehlerwahrscheinlichkeiten	39
2.8	Power	40
2.8.1	Power des Gauß-Tests	44
2.8.2	Einflussfaktoren auf die Power	48
2.8.3	Stichprobenumfang für den Gauß-Test	51
2.9	Gütefunktion	53
2.10	Hypothesentestung mittels Bootstrap-Verfahren	58
	Zusammenfassung	63
	Zentrale Begriffe	64
	Notation	66
3	Einstichprobentests	67
3.1	Einstichprobentests für den Erwartungswert	68
3.1.1	Gauß-Test	68
3.1.2	t -Test	70
3.1.3	Approximativer t -Test	75
3.2	Einstichprobentest für die Varianz	76
3.3	Einstichprobentests für den Anteilswert	79
3.3.1	Exakter Binomialtest	80
3.3.2	Approximativer Binomialtest	84

3.4	Einstichprobentests für den Median	85
3.4.1	Einstichproben-Vorzeichentest	85
3.4.2	Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest	88
3.5	Vergleich der Testgüte der Einstichprobentests für den Erwartungswert .	90
3.6	Software	92
3.6.1	Einstichproben- t -Test	92
3.6.2	Einstichproben-Vorzeichen-Test	93
3.6.3	Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest	93
3.6.4	Binomialtest	94
	Zusammenfassung	95
	Zentrale Begriffe	97
	Notation	98
4	Anpassungstests	99
4.1	Grafische Verfahren zur Überprüfung einer Verteilungsannahme	100
4.1.1	Quantil-Quantil-Plot	100
4.1.2	Normal-Quantil-Plot	102
4.2	Tests zur Überprüfung einer Verteilungsannahme	104
4.2.1	Shapiro-Wilk-Test	105
4.2.2	Kolmogorov-Smirnov-Test	106
4.3	χ^2 -Anpassungstest	108
4.3.1	χ^2 -Anpassungstest für ein kategoriales Merkmal	108
4.3.2	χ^2 -Anpassungstest für gruppierte Daten	110
4.4	Vergleich der Anpassungstests	113
4.5	Software	113
4.5.1	NQ-Plot, Shapiro-Wilk-Test und Kolmogorov-Smirnov-Test	113
4.5.2	χ^2 -Anpassungstests	116
	Zusammenfassung	117
	Zentrale Begriffe	118
	Notation	119
5	Tests für Zusammenhänge von Variablen	121
5.1	Tests für die Produkt-Moment-Korrelation	123
5.1.1	Tests auf der Basis der bivariaten Normalverteilung	123
5.2	Permutationstest	128
5.3	Tests für ordinale Korrelationskoeffizienten	131
5.3.1	Spearman's Rangkorrelation	131
5.3.2	Kendalls Rangkorrelation	133

5.3.3	Power für die Tests zur Korrelation	135
5.4	Tests für Zusammenhangsmaße für nominalskalierte Variablen	135
5.4.1	Modellannahmen	136
5.4.2	χ^2 -Unabhängigkeitstest	138
5.4.3	χ^2 -Homogenitätstest	141
5.4.4	Exakter Test von Fisher-Yates	142
5.4.5	Test für das Odds Ratio	143
5.5	Software	146
5.5.1	Tests für den Zusammenhang von intervall- und ordinalskalierten Variablen	146
5.5.2	Tests für den Zusammenhang von nominalskalierten Variablen	148
5.5.3	Test für das Odds Ratio	148
	Zusammenfassung	150
	Zentrale Begriffe	151
	Notation	152
6	Zweistichprobentests	153
6.1	Zweistichprobentests für Lageunterschiede für unabhängige Stichproben	158
6.1.1	Zweistichproben-Z-Test für unabhängige Stichproben	160
6.1.2	Zweistichproben-t-Test für homogene Varianzen	167
6.1.3	Zweistichproben-t-Test für heterogene Varianzen	171
6.1.4	Zweistichproben-t-Test für heterogene Varianzen mit White-Korrektur ...	175
6.1.5	Randomisierungstest für Mittelwertdifferenzen	179
6.1.6	Wilcoxon-Rangsummentest	182
6.1.7	Zweistichproben-Kolmogorov-Smirnov-Test	186
6.1.8	Testauswahl	189
6.2	Zweistichprobentests für Lageunterschiede für abhängige Stichproben	190
6.2.1	t-Test für abhängige Stichproben	190
6.2.2	Vorzeichenstest für abhängige Stichproben	193
6.2.3	Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtest für abhängige Stichproben	196
6.3	Zweistichprobentests für Varianzen	199
6.3.1	F-Test für Varianzen	199
6.3.2	Zweistichproben-Levene-Test	201
6.4	Zweistichprobentest für Anteilswerte	203
6.5	Zweistichprobentest für Produkt-Moment-Korrelationen	205
6.6	Software	207
6.6.1	Zweistichproben-t-Test und Levene-Test	207

6.6.2	Randomisierungs- und Rangtests für zwei unabhängige Stichproben	210
6.6.3	t -Test für abhängige Stichproben.....	213
6.6.4	Nichtparametrische Tests für zwei abhängige Stichproben.....	214
6.6.5	F -Test für Varianzen.....	215
	Zusammenfassung	216
	Zentrale Begriffe	218
	Notation	220
7	Varianzanalyse ohne Messwiederholung	221
7.1	Einfaktorielle Varianzanalyse ohne Messwiederholung	224
7.1.1	Modell	224
7.1.2	Hypothesen	229
7.1.3	Hypothesentest	229
7.1.4	Effektstärke	233
7.1.5	Power.....	235
7.1.6	Überprüfung der Voraussetzungen.....	236
7.1.7	Kontraste	237
7.2	Multiples Testen	239
7.3	Multiples Testen für a priori aufgestellte Hypothesen	240
7.3.1	Alpha-Fehler-Adjustierungen	240
7.3.2	A-priori-Tests für den Vergleich von Erwartungswerten	243
7.4	Post-hoc-Tests für den Vergleich von Erwartungswerten	245
7.5	Kruskal-Wallis-Test	249
7.6	Mehrstichproben-Levene-Test	253
7.7	Zweifaktorielle Varianzanalyse ohne Messwiederholung	255
7.7.1	Modell	256
7.7.2	Hypothesen	258
7.7.3	Hypothesentests.....	259
7.8	Effektstärke	265
7.9	Power.....	267
7.10	Überprüfung der Voraussetzungen.....	267
7.11	Software.....	268
7.11.1	Einfaktorielle Varianzanalyse	268
7.11.2	Multiple Tests	269
7.11.3	Zweifaktorielle Varianzanalyse	271
	Zusammenfassung	272
	Zentrale Begriffe.....	274
	Notation	276

8	Varianzanalysen mit Messwiederholung	277
8.1	Versuchspläne mit Messwiederholung	279
8.2	Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung	282
8.2.1	Modell	283
8.2.2	Hypothesen	285
8.2.3	Hypothesentests	285
8.2.4	Effektstärke	290
8.2.5	Power	291
8.2.6	Überprüfung der Voraussetzungen	291
8.2.7	Friedman-Test	294
8.3	Varianzanalyse mit zwei Within-Subjects-Faktoren	296
8.3.1	Modell	297
8.3.2	Hypothesen	299
8.3.3	Hypothesentests	300
8.3.4	Effektstärke	305
8.3.5	Power	306
8.3.6	Überprüfung der Voraussetzungen	306
8.4	Varianzanalyse mit einem Between- und einem Within-Subjects-Faktor .	307
8.4.1	Modell	308
8.4.2	Hypothesen	311
8.4.3	Hypothesentests	311
8.4.4	Effektstärke	315
8.4.5	Power	315
8.4.6	Überprüfung der Voraussetzungen	316
8.5	Software	316
8.5.1	Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung	316
8.5.2	Friedman-Test	318
8.5.3	Varianzanalyse mit zwei Within-Subjects-Faktoren	319
8.5.4	Varianzanalyse mit einem Between- und einem Within-Subjects-Faktor .	320
	Zusammenfassung	322
	Zentrale Begriffe	323
	Notation	324
9	Das allgemeine lineare Modell	325
9.1	Grundlagen des allgemeinen linearen Modells	326
9.2	Tests für einzelne Regressionskoeffizienten	328
9.3	Tests für die erklärte Gesamtvariation	331
9.4	Die allgemeine lineare Hypothese	333
9.5	Allgemeines lineares Modell mit kategorialen Prädiktoren	336

9.5.1	Zweistichproben- t -Test als lineares Modell	336
9.5.2	Einfaktorielle Varianzanalyse ohne Messwiederholung als lineares Modell	341
9.5.3	Zweifaktorielle Varianzanalyse ohne Messwiederholung als lineares Modell	347
9.5.4	Einfaktorielle Varianzanalyse mit Messwiederholung als lineares Modell	350
9.5.5	Kovarianzanalyse als lineares Modell	353
9.6	Power	358
9.7	Überprüfung der Voraussetzungen	359
9.8	Software	362
9.8.1	Multiple Regression	362
9.8.2	Allgemeine lineare Hypothese	363
9.8.3	White-Korrektur	364
	Zusammenfassung	365
	Zentrale Begriffe	366
	Notation	367
	Anhang	369
	Literatur	371
	Glossar	376
	Sachregister	383
	Verteilungstabellen	386

Kapitel 1

Über dieses Buch

Inhaltsübersicht

1.1	Zum Inhalt dieses Buches	12
1.2	Danksagung	14

1.1 Zum Inhalt dieses Buches

Das vorliegende Buch ist der dritte Teil eines insgesamt dreibändigen Lehrbuchs der Statistik. Band 1 behandelt die deskriptive Statistik, Band 2 die Wahrscheinlichkeitstheorie und Parameterschätzung und dieser Band statistische Verfahren zur Hypothesentestung. Die Lektüre dieses Bandes setzt nicht unbedingt die Lektüre der vorhergehenden Bände voraus. Leserinnen und Leser¹ können diesen Band unabhängig von den beiden anderen Bänden rezipieren, wenn sie über grundlegende Kenntnisse der deskriptiven Statistik, Wahrscheinlichkeitstheorie und Parameterschätzung verfügen.

Wie bei den beiden anderen Bänden ist es unser grundlegendes Ziel, die Statistik umfassend und verständlich darzustellen und dabei den Sinn der hier behandelten Hypothesentestung und einzelnen Testverfahren aufzuzeigen. Dazu werden die einzelnen Themen anschaulich und fundiert vermittelt und stets wird der Bezug zu inhaltlichen Problemen hergestellt.

Da Studierende der Psychologie eine wesentliche Zielgruppe dieses Buches bilden, stammen viele Beispiele aus diesem Bereich. Nichtsdestotrotz ist dieser Band ebenso für Studierende anderer Studiengänge aus den Natur-, Sozial- und Erziehungswissenschaften geeignet.

In diesem Band erfolgt zunächst eine ausführliche Darstellung der Hypothesentestung. Sie bildet die Voraussetzung für die dann behandelten statistischen Testverfahren. Neben den wichtigsten Einstichprobentests, Zweistichprobentests und Anpassungstests werden die ein- und zweifaktorielle Varianzanalyse mit sowie ohne Messwiederholung behandelt. Im letzten Kapitel werden Tests für das allgemeine lineare Modell vorgestellt, ebenso wie die Einbettung varianzanalytischer Verfahren in diese statistische Familie. Neben den häufig eingesetzten parametrischen Verfahren werden auch die entsprechenden nichtparametrischen Verfahren behandelt. Dabei wird viel Wert darauf gelegt, auch die den nichtparametrischen Verfahren zugrunde liegende Logik anschaulich zu erläutern. Statistische Analysen beginnen immer vor der Datenerhebung, d. h. sind bereits bei der Planung empirischer Studien von hoher Relevanz. Dementsprechend wird der Power statistischer Verfahren in diesem Band viel Beachtung geschenkt.

¹Wir werden jedoch im Folgenden immer dann, wenn beide Geschlechter gemeint sind, lediglich die männliche Form benutzen. Damit wird u. E. die Darstellung sehr vereinfacht. Wenn wir explizit die weibliche Form nutzen, sind nur Personen weiblichen Geschlechts gemeint.

Ein Lehrbuch der Statistik ist einfacher zu lesen, wenn es einheitlich und übersichtlich strukturiert ist. Dazu haben wir analog zum ersten und zweiten Band dieser Lehrbuchreihe die folgenden Gestaltungsrichtlinien angewendet.

Um die Darstellung der statistischen Konzepte nicht zu überfrachten, wird auf die Darstellung mathematischer Ableitungen und Beweise, die für das grundlegende Verständnis nicht unbedingt erforderlich sind, verzichtet. Für besonders interessierte Leser werden diese Beweise auf der folgenden Website zur Verfügung gestellt:

<http://www.hogrefe.de/buecher/lehrbuecher/psychlehrbuchplus>

Im Text wird jeweils auf diese Website hingewiesen, zusätzlich werden die entsprechenden Stellen durch das „Internetsymbol“ am Seitenrand gekennzeichnet.



Um die Inhalte dieses Lehrbuchs übersichtlich darzustellen, verwenden wir im Text verschiedene Arten von Kästen, die Beispiele, Anwendungen von Software oder Zusammenfassungen enthalten. Wichtige Formeln werden ebenfalls durch eine farbige Hinterlegung hervorgehoben, damit sie unmittelbar als solche zu erkennen sind. Bei der Einführung neuer Begriffe werden diese Begriffe im Text kursiv gesetzt und zudem am Seitenrand aufgeführt.

Die Vermittlung von Statistik ist ohne die Verwendung von EDV-Programmen undenkbar und es gibt mittlerweile eine Vielzahl sehr leistungsfähiger Statistikprogramm Pakete. Im vorliegenden Lehrbuch nutzen wir die Softwarepakete SPSS und R.

Das Programmpaket IBM SPSS Statistics, kurz SPSS genannt, ist eine seit jeher sehr weit verbreitete Statistiksoftware. In vielen Organisationen, in denen Natur-, Sozial- und Erziehungswissenschaftler beschäftigt sind, wird dieses Programmpaket verwendet. SPSS hat allerdings den Nachteil, dass es kostenpflichtig ist.

Das Open-Source-Programm R ist ebenfalls weit verbreitet, hingegen kostenlos verfügbar. R ist allerdings nicht ganz so benutzerfreundlich wie SPSS. Jedoch bietet auch R eine Menüsteuerung mittels des sogenannten R-Commanders an, der für Anfänger eine einfache Benutzung der wesentlichen Funktionen erlaubt. Ein großer Vorteil von R besteht darin, dass neueste statistische Verfahren schnell zur Verfügung gestellt werden.

Im vorliegenden Buch behandeln wir am Ende der Kapitel jeweils die notwendigen Schritte zur Datenanalyse mittels SPSS und R. Studierende, die diese Programmsysteme nicht kennen, finden auf der oben genannten Website Hinweise auf eine Einführung in R sowie Anleitungen